



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Elektrotechnik

Formeln für Elektrotechniker

18., überarbeitete Auflage

Bearbeitet von Ingenieuren und Lehrern
an beruflichen Schulen (siehe Rückseite)

Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30105

Autoren: Isele, Dieter	Lauterach
Klee, Werner	Mehlingen
Tkotz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

Bildbearbeitung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpfing

Betreuung der Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

18. Auflage 2018

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-3709-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpfing

Druck: M. P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

Wegweiser Formeln für Elektrotechniker

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Mathematische Grundlagen	6
2	Längen- und Flächenberechnungen	9
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen	11
4	Mechanik	12
5	Wärmelehre	13
6	Elektrotechnische Grundlagen	14
7	Elektrisches Feld, Kondensator	19
8	Magnetisches Feld	20
9	Wechselstrom und Drehstrom	22
10	Elektrische Maschinen	29
11	Elektrische Anlagen	35
12	Digitaltechnik	48
13	Elektronik	50
14	Regelungstechnik	58
15	Messtechnik	59
16	Tabellen	60

Nützliches

	Griechisches Alphabet (Tabelle 6)60
	Mathematische Zeichen (Tabelle 4)60
	Wichtige Formelzeichen	Innenumschlagseiten
	Arbeiten mit Formeln	hintere Innenumschlagseite

1
Mathematische
Grundlagen

2
Längen- und
Flächenbe-
rechnungen

3
Körper-, Volumen-
und Masse-
berechnungen

4
Mechanik

5
Wärme-
lehre

6
Elektrotechnische
Grundlagen

7
Elektrisches Feld,
Kondensator

8
Magnetisches
Feld

9
Wechselstrom und
Drehstrom

10
Elektrische
Maschinen

11
Elektrische
Anlagen

12
Digital-
technik

13
Elektronik

14
Regelungs-
technik

15
Mess-
technik

16
Tabellen

Arbeiten mit Formeln hintere Innenumschlagseite

1	Mathematische Grundlagen	6
1.1	Summieren, Multiplizieren	6
1.2	Rechnen mit Brüchen	6
1.3	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	7
1.4	Winkel, Winkeleinheiten	7
1.5	Rechnen am Dreieck	8
1.6	Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln	8

2 Längen- und Flächenberechnungen 9

2.1	Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen	9
2.2	Flächen	9

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen 11

3.1	Volumen und Oberflächen	11
3.2	Masse und Gewichtskraft	11

4 Mechanik 12

4.1	Kräfte	12
4.2	Wirkungsgrad, Arbeitsgrad	13

5 Wärmelehre 13

5.1	Temperatur	13
5.2	Wärmedehnung	13
5.3	Wärmemenge	13

6 Elektrotechnische Grundlagen 14

6.1	Grundgesetze	14
6.2	Anpassung	14
6.3	Schaltungen von Widerständen	15
6.4	Spannungsteiler	16
6.5	Widerstandsbestimmung	16
6.6	Unabgegichene Brückenschaltung	16
6.7	Elektrische Arbeit und elektrische Leistung	17
6.8	Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)	17
6.9	Elektrowärme	17
6.10	Elektrochemie	18
6.11	Schaltung von gleichartigen Spannungserzeugern	18

7 Elektrisches Feld, Kondensator 19

7.1	Elektrische Feldstärke	19
7.2	Kondensator	19
7.3	Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit	19

8 Magnetisches Feld 20

8.1	Magnetische Größen	20
8.2	Haltekraft von Elektromagneten	20
8.3	Magnetische Feldkräfte	21
8.4	Induktion	21

9 Wechselstrom und Drehstrom 22

9.1	Grundgrößen des Wechselstroms	22
9.2	Wechselstromwiderstände	22
9.3	Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis	24
9.4	Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis)	25
9.5	Leistung bei Wechselstrom	25
9.6	Kompensation der Blindleistung	25
9.7	Sinus- und nichtsinusförmige Spannungen	26
9.8	Hoch- und Tiefpässe	27
9.9	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	28

10 Elektrische Maschinen 29

10.1	Transformator	29
10.2	Antriebstechnik	30
10.2.1	Bewegungen	30
10.2.2	Mechanische Arbeit, mechanische Energie	31
10.2.3	Riementrieb, Zahnradtrieb, Schneckenrieb	32
10.2.4	Rollen und Flaschenzug	32
10.2.5	Drehmomente	32
10.2.6	Mechanische Leistung	33
10.3	Umlaufende elektrische Maschinen	33
10.3.1	Wechselstrommotor und Drehstrommotor	33
10.3.2	Schrittmotor	33
10.3.3	Gleichstrommaschinen	34

11 Elektrische Anlagen 35

11.1	Schutzmaßnahmen	35
11.1.1	Fehlerstromkreis	35
11.1.2	Schutzmaßnahmen im TN-System	35
11.1.3	Schutzmaßnahmen im TT-System	35
11.1.4	Max. Abschaltzeiten im TN- und TT-System	35

11.1.5	Schutzmaßnahmen im IT-System	36
11.1.6	Messen des Isolationswiderstandes	36
11.1.7	Messen der Isolationsimpedanz	36
11.1.8	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)	36
11.1.9	Auslösekennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen	37
11.2	Leitungsberechnungen	38
11.2.1	Unverzweigte Leitungen	38
11.2.2	Verzweigte Leitungen	39
11.2.3	Ringleitung	40
11.2.4	Bestimmung des Leiterquerschnittes A	41
11.2.5	Bestimmung des Leiterquerschnittes A bei Oberschwingungen	42
11.3	Licht und Beleuchtung	43
11.3.1	Lichttechnische Größen	43
11.3.2	Berechnung von Beleuchtungsanlagen	43
11.4	Antennen	44
11.4.1	Frequenzbereiche	44
11.4.2	Wellenlänge, Empfangsspannung, Wellenwiderstand	44
11.4.3	Verstärkungen, Dämpfungen, Pegel	45
11.4.4	Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	47
12	Digitaltechnik	48
12.1	Grundfunktionen	48
12.2	Zusammengesetzte Funktionen	48
12.3	Spezielle zusammengesetzte Funktionen	48
12.4	Rechengesetze der Schaltalgebra	49
13	Elektronik	50
13.1	Halbleiterdioden	50
13.2	Bipolarer Transistor	50
13.3	Feldeffekttransistor in Sourceschaltung	51
13.4	Transistor als Schalter	52
13.5	Kippschaltungen	52
13.6	Gleichrichterschaltungen	53
13.7	Glättung und Siebung	54
13.8	Spannungsstabilisierung	55
13.9	Kühlung elektronischer Halbleiterbauelemente	55
13.10	Leistungselektronik	56
13.11	Operationsverstärker	57
14	Regelungstechnik	58
14.1	Regelstrecken	58
14.2	Unstetiges Regeln	58
14.3	Stetiges Regeln	58

15	Messtechnik	59
15.1	Messfehler von Zeigermessgeräten	59
15.2	Messfehler von digitalen Messgeräten	59
15.3	Messwertbestimmung sinusförmiger Größen mit dem Oszilloskop	59
i	Info und Tabellenteil	60
Tab. 1	Wichtige Formelzeichen Größen und Einheiten*	
Tab. 2	SI-Basisgrößen und SI-Basiseinheiten	60
Tab. 3	Vielfache und Teile von Einheiten	60
Tab. 4	Mathematische Zeichen	60
Tab. 5	Wichtige physikalische Konstanten	60
Tab. 6	Griechisches Alphabet	60
Tab. 7	Werkstoffwerte von Metallen (und Kohle)	61
Tab. 8	Werkstoffwerte von Legierungen	61
Tab. 9	Elektrochemische Äquivalente und Wertigkeit	61
Tab. 10	Verlegearten von Kabeln und isolierten Leitungen	62
Tab. 11	Bemessungswerte der Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für feste Verlegung	62
Tab. 12	Zuordnung von Leitungsschutzsicherungen gG und LS-Schaltern B, C und D	63
Tab. 13	Umrechnungsfaktoren f_1 für abweichende Umgebungstemperaturen	63
Tab. 14	Umrechnungsfaktoren f_2 für Häufung von Kabeln oder Leitungen	63
Tab. 15	Umrechnungsfaktoren f_3 für die Anzahl der belasteten Adern bei Verlegung in Luft	63
Tab. 16	Typische Verzerrungsströme elektronischer Verbraucher	64
Tab. 17	Belastbarkeit von Kabeln und Leitungen für Verlegearten mit Berücksichtigung der Oberschwingungen	64
Tab. 18	Umrechnungsfaktor f_4 für Verbraucher die Oberschwingungen erzeugen	64
Tab. 19	Leiternennquerschnitte in mm ²	65
Tab. 20	Bemessungsströme von Leitungsschutzschaltern	65
Tab. 21	Fertigungswerte für Widerstände und Kondensatoren (E-Reihen)	65
Tab. 22	Bemessungsleistungen von Widerständen	65
Tab. 23	Farbkennzeichnung von Widerständen	65
Tab. 24	Wertkennzeichnung von Widerständen durch Buchstaben	66
Tab. 25	Schutzarten elektrischer Betriebsmittel	66
	Sachwortverzeichnis	67
	*siehe vordere bzw. hintere Umschlag-Innenseite	

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz		Assoziativgesetz		
$a + b + c$	$a \cdot b \cdot c$	$a + b + c + d$	$a - b + c - d$	$a \cdot b \cdot c \cdot d$
$= a + c + b$	$= a \cdot c \cdot b$	$= a + (b + c + d)$	$= a - (b - c + d)$	$= a \cdot (b \cdot c \cdot d)$
$= b + c + a$	$= b \cdot c \cdot a$	$= (a + c) + (b + d)$	$= (a + c) - (b + d)$	$= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d)$

Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$(+ a) + (+ b) = a + b$	$(+ a) - (- b) = a + b$	$(+ a) - (+ b) = a - b$	$(+ a) + (- b) = a - b$
$(+ a) \cdot (+ b) = + a \cdot b = ab$		$(+ a) \cdot (- b) = - a \cdot b = - ab$	
$(- a) \cdot (- b) = + a \cdot b = ab$		$(- a) \cdot (+ b) = - a \cdot b = - ab$	

Distributivgesetz

$a \cdot (c + d) = ac + ad$	$a \cdot (c - d) = ac - ad$	$a - bc - bd + be = a - b \cdot (c + d - e)$
$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$		$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$		$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$		$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Vorzeichenregeln

$\frac{+a}{+b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{-b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{+b} = - \frac{a}{b}$	$\frac{+a}{-b} = - \frac{a}{b}$
---	---	---------------------------------	---------------------------------

Rechenregeln

Kürzen mit k : $\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$	Erweitern mit n : $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$	Summieren: $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$	$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$
Multiplizieren: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	Dividieren: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$

Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak + bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae + (b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e}, \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen mit ganzen Zahlen als Exponenten

- a Grundzahl (Basis)
- n Hochzahl (Exponent)
- c Potenzwert

$$c = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow a^n = c$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a^0 = 1 \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Potenzen mit Brüchen als Exponenten (Wurzeln)

- a Wurzel
- n Wurzelexponent
- c Radikand

$$c = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a \quad \sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d} \quad \sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}} \quad a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$$

Logarithmen

- n Logarithmus
- a Basis
- c Numerus

$$c = a^n \Rightarrow \log_a c = n$$

- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus): $\log_{10} c = \lg c$
- Natürlicher Logarithmus ($e = 2,718\dots$): $\log_e c = \ln c$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus): $\log_2 c = \lg c$

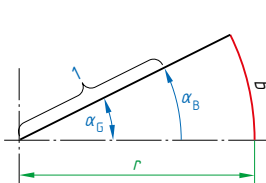
Eingabemodus:
Taste log



$$\log_a c + \log_a d = \log_a(c \cdot d) \quad \log_a c - \log_a d = \log_a\left(\frac{c}{d}\right) \quad -\log_a d = \log_a\left(\frac{1}{d}\right)$$

$$k \cdot \log_a c = \log_a(c^k) \quad \frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a(\sqrt[n]{c}) \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$$

1.4 Winkel, Winkeleinheiten



- α_B Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad)
- α_G Winkel im Gradmaß, Einheit Grad ($^\circ$)
- b Bogenlänge
- r Radius

$$\alpha_B = \frac{b}{r} \quad \text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

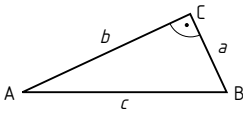
$$\alpha_B = \frac{\alpha_G}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

$$\alpha_G = \frac{\alpha_B}{2\pi} \cdot 360^\circ$$

Winkel α_G im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel α_B im Bogenmaß	0	1/6 · π	1/4 · π	1/3 · π	1/2 · π	π	3/2 · π	2 · π

1.5 Rechnen am Dreieck

Satz des Pythagoras



c Hypotenuse

a Kathete

b Kathete

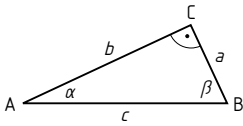
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Winkelfunktionen (Trigonometrische Funktionen)



c Hypotenuse

a Gegenkathete von α ,
Ankathete von β b Gegenkathete von β ,
Ankathete von α

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

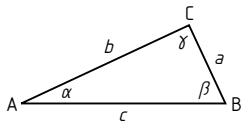
$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

Sinussatz, Kosinussatz



Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Wichtige Winkelfunktionswerte

Funktion	Winkel α						
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
Sinus α	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1,000
Cosinus α	1,000	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0
Tangens α	0	0,268	0,577	1,000	1,732	3,732	∞

1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

Zahlensysteme:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
1 = 2 ⁰	1	1
2 = 2 ¹	10	2
3	11	3
4 = 2 ²	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8 = 2 ³	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16 = 2 ⁴	10000	10

* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.

** Korrektursummand beim Übertrag.

*** auch Hexadezimalzahl genannt.

BCD-(8-4-2-1-) Code:

Dezimalzahl	Stellenwert	8421
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**		+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**		+0110
20	0010	0000

Rechenregeln:

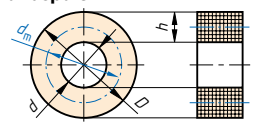
00	00
+ 0	- 0
00	00
01	01
+ 0	- 0
01	01
00	00
+ 1	- 1
01	- 01
01	01
+ 1	- 1
10	00
011	011
+ 10	- 10
101	001
011	011
+ 11	- 100
110	- 001

1 · 1 = 1
0 · 0 = 0
1 · 0 = 0
0 · 1 = 0
0 : 1 = 0
1 : 1 = 1

2 Längen- und Flächenberechnungen

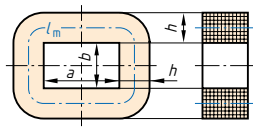
2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen

Rundspulen



l	Drahtlänge	$h = \frac{D-d}{2}$	$l = \pi \cdot d_m \cdot N$
D, d	Durchmesser		
d_m	mittlerer Durchmesser	$d_m = d + h$	$d_m = \frac{D+d}{2}$
h	Höhe (Wickelhöhe)		
N	Windungszahl	$d_m = D - h$	

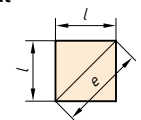
Rechteckspulen



l	Drahtlänge	$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N$
l_m	mittlere Windungslänge	
a	Länge	
b	Breite	
h	Wickelhöhe	
N	Windungszahl	$l = l_m \cdot N$

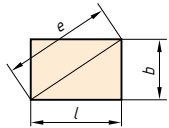
2.2 Flächen

Quadrat



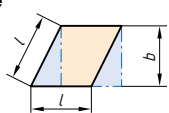
A	Fläche	$l = \sqrt{A}$	$A = l^2$
l	Seitenlänge		
U	Umfang	$e = \sqrt{2} \cdot l$	$u = 4 \cdot l$
e	Eckenmaß, Diagonale		

Rechteck



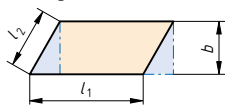
A	Fläche	$e = \sqrt{l^2 + b^2}$	$A = l \cdot b$
l	Länge		
b	Breite		$u = 2(l + b)$
u	Umfang		
e	Eckenmaß, Diagonale		

Raute



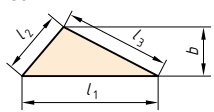
A	Fläche	$A = l \cdot b$
l	Länge	
b	Breite	
u	Umfang	$u = 4 \cdot l$

Parallelogramm



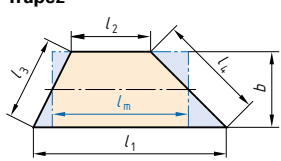
A	Fläche	$A = l_1 \cdot b$
l_1, l_2	Längen der Seiten	
b	Breite	
u	Umfang	$u = 2(l_1 + l_2)$

Dreieck



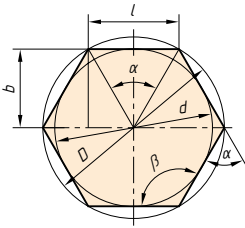
A	Fläche	$A = \frac{l_1 \cdot b}{2}$
l_1, l_2, l_3	Längen der Seiten	
b	Breite	
u	Umfang	$u = l_1 + l_2 + l_3$

Trapez



A	Fläche	$A = l_m \cdot b$	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
b	Breite		
l_1	große Länge	$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	$u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$
l_2	kleine Länge		
l_m	mittlere Länge		$u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4$
l_3, l_4	Länge der Schrägseiten		

Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche
l Seitenlänge
b Breite eines Teildreiecks
n Eckenzahl
u Umfang
D Umkreisdurchmesser
d Inkreisdurchmesser
 α Mittelpunktswinkel
 β Eckenwinkel

$$b = \frac{1}{2} \cdot d$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

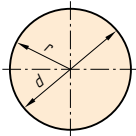
$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$u = l \cdot n$$

$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Kreis

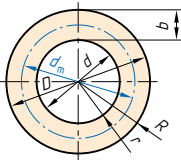


- A** Kreisfläche
d Durchmesser
r Radius, Halbmesser
u Umfang
 π Kreiszahl ($\pi = 3,1415\dots$)

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad A = \pi \cdot r^2$$

$$u = \pi \cdot d; \quad u = 2\pi \cdot r$$

Kreisring



- A** Kreisringfläche
D Außendurchmesser
d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
R, r Radien
b Breite (Dicke)
 u_m mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

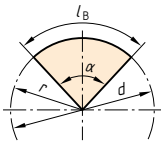
$$b = \frac{D-d}{2}$$

$$d_m = \frac{D+d}{2}$$

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$u_m = \pi \cdot d_m$$

Kreisausschnitt

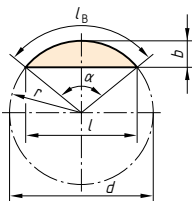


- A** Fläche des Kreisausschnitts
d Durchmesser
r Radius
 l_B Bogenlänge
 α Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}; \quad A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Kreisabschnitt



- A** Fläche
r Radius
d Durchmesser
 l_B Bogenlänge
l Sehnenlänge
b Breite
 α Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

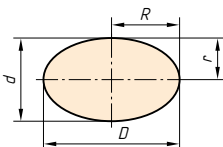
$$A = \frac{l_B \cdot r \cdot l (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{l (r-b)}{2}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

Ellipse



- A** Fläche
d kleine Achse
D große Achse
r kleine Halbachse
R große Halbachse
u Umfang

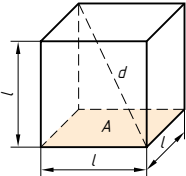
$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}; \quad A = \pi \cdot R \cdot r$$

$$u \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}; \quad u \approx \pi \cdot (R+r)$$

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen

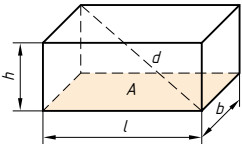
3.1 Volumen und Oberflächen

Würfel



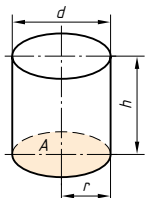
	<p>V Volumen A Grundfläche l Kantenlänge A_0 Oberfläche d Raumdiagonale</p>	$A = l^2$	$V = A \cdot l; \quad V = l^3$
			$A_0 = 6 \cdot l^2$
			$d = l \cdot \sqrt{3}$

Prisma



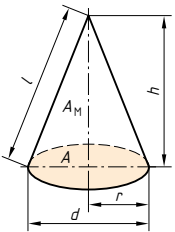
	<p>V Volumen A Grundfläche h Höhe l Länge b Breite A_0 Oberfläche d Raumdiagonale</p>	$A = l \cdot b$	$V = A \cdot h$ $V = l \cdot b \cdot h$
			$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$
			$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2}$

Zylinder



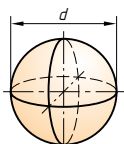
	<p>V Volumen A Grundfläche h Höhe d Durchmesser r Radius A_0 Oberfläche</p>	$A = \pi r^2$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $\pi = 3,1415 \dots$ $\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots$	$V = A \cdot h$ $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$
			$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$

Kegel



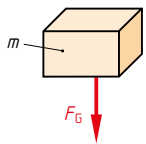
	<p>V Volumen A Grundfläche h Höhe d Durchmesser r Radius l Länge der Mantellinie A_M Mantelfläche A_0 Oberfläche</p>	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ $A_0 = A_M + A$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$
			$A_M = \pi \cdot r \cdot l$
			$A_0 = \pi \cdot r \cdot (l + r)$

Kugel



	<p>V Volumen d Durchmesser A_0 Oberfläche</p>		$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$ $A_0 = \pi \cdot d^2$
--	--	--	--

3.2 Masse und Gewichtskraft

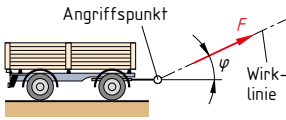


	<p>V Volumen m Masse ρ Dichte F_G Gewichtskraft g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)</p>	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; [m] = \text{kg}$ $1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$	$m = \rho \cdot V$ $F_G = m \cdot g$ $F_G = \rho \cdot V \cdot g$
--	---	---	---

4 Mechanik

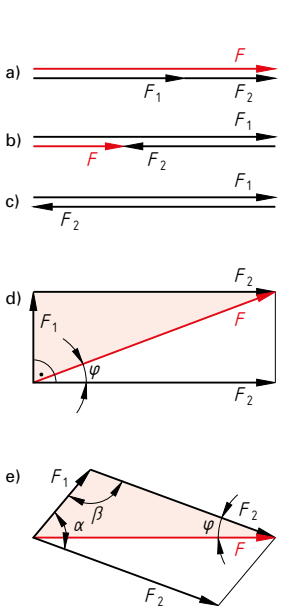
4.1 Kräfte

Einheit, Darstellung



Formelzeichen: F Einheit: $[F] = \text{N}$ Einheitenname: Newton
 Kräftemaßstab: z. B. $200 \text{ N} \cong 10 \text{ mm}$
 Kraftbetrag \cong Länge des Pfeils
 Krafrichtung = Richtung des Pfeils

Zusammensetzen von zwei Kräften



F_1, F_2, \dots Teilkräfte, Komponenten
 F Gesamtkraft, Resultierende, Ersatzkraft
 φ Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft
 α Winkel zwischen den Teilkräften
 β Winkel im Kräfteck
 $\beta = 180^\circ - \alpha$

Für F_1, F_2 und F sind hier die Beträge einzusetzen.

a) Teilkräfte gleichgerichtet:

$$F = F_1 + F_2$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:

$$F = F_1 - F_2$$

c) Gleichgewichtsbedingung:

$$F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

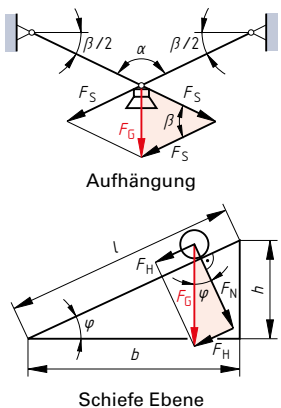
$$\frac{F_1}{F_2} = \tan \varphi; \quad F = \frac{F_1}{\sin \varphi}; \quad F = \frac{F_2}{\cos \varphi}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{F_1}{F}$$

Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkräfte (Komponenten)



F_G Gewichtskraft
 F_S Seilkräfte
 α Winkel zwischen den Seilkräften
 β Winkel im Kräfteck

F_H Hangabtriebskraft
 F_N Normalkraft
 l Länge der schiefen Ebene
 b Basislänge der schiefen Ebene
 h Höhenunterschied
 φ Neigungswinkel der schiefen Ebene

$\beta = 180^\circ - \alpha$

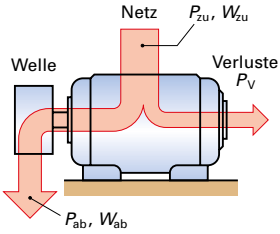
$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2(1 - \cos \beta)}}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{l} \quad F_H = F_G \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{b}{l} \quad F_N = F_G \cdot \cos \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{b} \quad F_H = F_N \cdot \tan \varphi$$

4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



* η griech. Kleinbuchstabe eta;
 ** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

η^* Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)
 abgegebene, genutzte Leistung
 zugeführte Leistung, aufgewendete Leistung
 P_{ab}
 P_{zu}
 P_V Verlustleistung
 ζ^{**} Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)
 W_{ab} abgegebene, genutzte Energie
 W_{zu} zugeführte Energie, aufgewendete Energie
 η Gesamtwirkungsgrad
 η_1, η_2, \dots Einzelwirkungsgrade

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

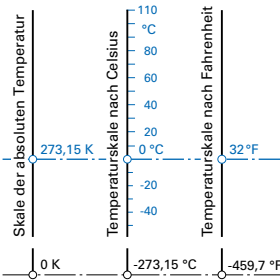
$$P_V = P_{zu} - P_{ab}$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots$$

5 Wärmelehre

5.1 Temperatur



ϑ Temperatur in Grad Celsius [ϑ] = °C
 T Temperatur in Kelvin [T] = K
 $\Delta\vartheta, \Delta T$ Temperaturdifferenz in Kelvin [$\Delta\vartheta$] = [ΔT] = °C = K
 ϑ_F Temperatur in Grad Fahrenheit
Absoluter Nullpunkt:
 $T_0 = 0 \text{ K} \cong \vartheta_0 = -273,15 \text{ °C} \approx -273 \text{ °C}$
Eispunkt des Wassers:
 $T_1 = 273,15 \text{ K} \approx 273 \text{ K} \cong \vartheta_1 = 0 \text{ °C}$

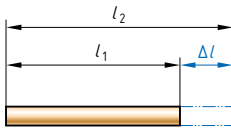
$$T = \left(273 + \frac{\vartheta}{\text{°C}} \right) \text{ K}$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$\vartheta_F = \frac{9}{5} \vartheta + 32 \text{ °F}$$

5.2 Wärmedehnung



$\Delta l, \Delta V$ Längen- bzw. Volumenänderung
 l_1, V_1 Länge bzw. Volumen in kaltem Zustand
 l_2, V_2 Länge bzw. Volumen in erwärmtem Zustand
 $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
 α_l Längenausdehnungskoeffizient
 γ Volumenausdehnungskoeffizient

$$\Delta l = \alpha_l \cdot l_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha_l \cdot \Delta\vartheta)$$

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\gamma \approx 3 \cdot \alpha_l$$

$$[\alpha_l] = [\gamma] = \frac{1}{\text{°C}} = \frac{1}{\text{K}}$$

5.3 Wärmemenge

Wärmeaufnahme und Wärmeabgabe bei Temperaturänderung

Spezifische Wärmekapazität c	
Wasser	4,187 kJ/(kg · K)
Kupfer	0,39 kJ/(kg · K)
Aluminium	0,92 kJ/(kg · K)
Eisen	0,46 kJ/(kg · K)
Öl	1,67 kJ/(kg · K)

Q Wärme, Wärmemenge
 m Masse
 $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
 ϑ_1 Anfangstemperatur
 ϑ_2 Endtemperatur
 c spezifische Wärmekapazität
 C_{th} Wärmekapazität

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

$$C_{th} = c \cdot m$$

$$Q = C_{th} \cdot \Delta\vartheta$$

i Weitere Werte für c : Seite 61

$$[c] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; \quad [C_{th}] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

6 Elektrotechnische Grundlagen

6.1 Grundgesetze

Ohmsches Gesetz

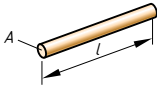


U Spannung
 I Stromstärke
 R Widerstand

$[U] = V$
 $[I] = A$ $1 A = 1 \frac{V}{\Omega}$
 $[R] = \Omega$

$I = \frac{U}{R}$

Leiterwiderstand



* Nach DIN 1304:
 für Querschnitt auch S oder q , für elektr. Leitfähigkeit auch σ oder χ .

R Leiterwiderstand
 A^* Leiterquerschnitt
 l Leiterlänge
 γ^* elektr. Leitfähigkeit
 ϱ spezifischer Widerstand
 $1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega\text{m}$
 $= 10^{-4} \Omega\text{cm}$
 Bei Nichtleitern und Halbleitern: $[\varrho] = \Omega \cdot \text{m}$

$[\gamma] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
 $\gamma_{\text{Cu}} = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
 $\gamma_{\text{Al}} = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
 $[\varrho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
 $\varrho_{\text{Cu}} = 0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
 $\varrho_{\text{Al}} = 0,0278 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

$R = \frac{l}{\gamma \cdot A^*}; R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$

$\gamma = \frac{1}{\varrho}$

Widerstand und Leitwert

R Widerstand (Widerstandswert)
 G Leitwert

$[G] = \frac{1}{\Omega} = S$

$G = \frac{1}{R}$

Widerstand und Temperatur

Metall	α in $1/K$
Kupfer	0,0039
Aluminium	0,004
Nickelin	0,00015
Konstantan	0,00004

ΔR Widerstandsänderung
 R_{ϑ} Widerstand bei der Temperatur ϑ
 R_{20} Widerstand bei der Temperatur 20°C
 ϑ Temperatur
 ϑ_1 Anfangstemperatur
 ϑ_2 Endtemperatur
 $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
 α Temperaturkoeffizient (Temperaturbeiwert)

$[\Delta R] = \Omega$
 $[\Delta\vartheta] = K = ^\circ\text{C}$
 $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$
 $\Delta R = R_{\vartheta} - R_{20}$
 $[\alpha] = \frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ\text{C}}$

$\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta$

$R_{\vartheta} = R_{20} + \Delta R$

$R_{\vartheta} = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$

$\Delta\vartheta = \frac{R_{\vartheta} - R_{20}}{\alpha \cdot R_{20}}$

i Weitere Werte für α , γ und ϱ : Seite 61.

Stromdichte

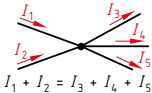
Strombelastbarkeit von isolierten Leitungen: Seite 62.
 *Nach DIN 1304: statt J auch S .

J^* Stromdichte
 I Stromstärke
 A Leiterquerschnitt

$[J] = \frac{A}{\text{mm}^2}$

$J = \frac{I}{A}$

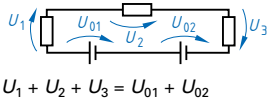
Knotenregel (1. Kirchhoffsche Regel)



$\sum I_{\text{zu}}$ Summe der zufließenden Ströme
 $\sum I_{\text{ab}}$ Summe der abfließenden Ströme
 I_1, I_2 zufließende Ströme
 I_3, I_4, I_5 zufließende Ströme

$\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}}$

Maschenregel (2. Kirchhoffsche Regel)

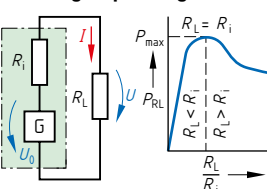


$\sum U_{\text{erz}}$ Summe der Erzeugerspannungen
 $\sum U_{\text{verbr}}$ Summe der Verbraucherspannungen
 U_{01}, U_{02} Erzeugerspannungen (U_{erz})
 U_1, U_2, U_3 Verbraucherspannungen (U_{verbr})

$\sum U_{\text{erz}} = \sum U_{\text{verbr}}$

6.2 Anpassung

Leistungsanpassung



R_L Lastwiderstand
 R_i Innenwiderstand
 U Lastspannung
 U_0 Leerlaufspannung, Quellenspannung
 I Laststrom
 I_k Kurzschlussstrom
 P_{max} größte Leistung an R_L

Leistungsanpassung:

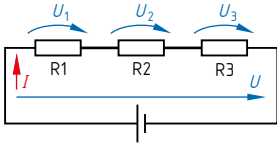
$R_L = R_i$ $U = \frac{U_0}{2}$ $I = \frac{I_k}{2}$

$P_{\text{max}} = \frac{U_0 \cdot I_k}{2 \cdot 2}$ $P_{\text{max}} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i}$

Stromanpassung: $R_L \ll R_i$
 Spannungsanpassung: $R_L \gg R_i$

6.3 Schaltungen von Widerständen

Reihenschaltung von Widerständen



Durch in Reihe geschaltete Verbraucher fließt derselbe Strom.

- R Ersatzwiderstand (Gesamtwiderstand)
- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- U Gesamtspannung
- U_1, U_2, U_3 Teilspannungen, Verbraucherspannungen
- I Stromstärke
- n Anzahl gleicher Widerstände

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

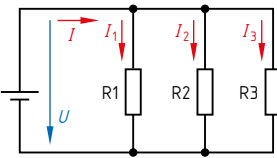
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

Für n -gleiche Widerstände:

$$R = n \cdot R_1$$

Parallelschaltung von Widerständen



An parallelgeschalteten Verbrauchern liegt dieselbe Spannung.

- R Ersatzwiderstand
- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- I Gesamtstrom
- I_1, I_2, I_3 Teilströme
- G Ersatzleitwert
- G_1, G_2, G_3 Einzelleitwerte
- n Anzahl gleicher Widerstände

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

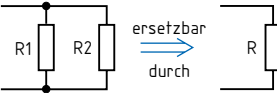
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1}$$

Für n gleiche Widerstände:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

Parallelschaltung von zwei Widerständen

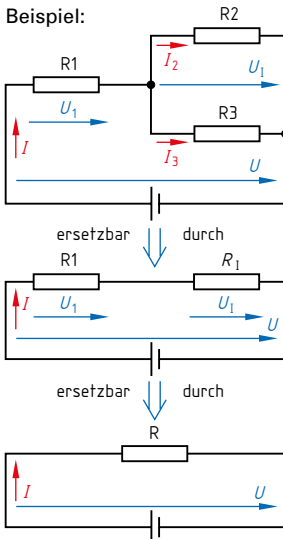


- R Ersatzwiderstand
- R_1, R_2 Einzelwiderstände parallel

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)

Beispiel:



Gemischte Schaltungen sind Kombinationen aus Reihen- und Parallelschaltungen. Ermitteln der Ersatzwiderstände:

- Die Schaltung wird von innen nach außen aufgelöst.
- Reihen- und Parallelschaltungen werden den Schritt für Schritt zu Ersatzwiderständen zusammengefasst.
- Die Schritte des Zusammenfassens werden wiederholt, bis nur noch ein Ersatzwiderstand vorliegt.

- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- R_1, R Ersatzwiderstände
- U Gesamtspannung
- U_1, U_1 Teilspannungen
- I Gesamtstrom
- I_2, I_3 Teilströme

Berechnen des Ersatzwiderstandes vom Beispiel:

Schritt 1: Parallelschaltung R_1 aus R_2 und R_3 :

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Schritt 2: Reihenschaltung R aus R_1 und R_1 :

$$R = R_1 + R_1$$

Berechnen von Spannungen und Strömen:

$$U = R \cdot I$$

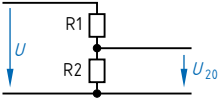
$$U_1 = R_1 \cdot I \quad U_1 = R_1 \cdot I$$

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} \quad I_3 = \frac{U_1}{R_3}$$

$$I = I_2 + I_3$$

6.4 Spannungsteiler

Unbelasteter Spannungsteiler

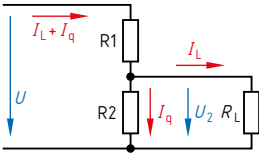


R_1, R_2 Teilwiderstände
 U Gesamtspannung
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf

$$U_{20} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$R_1 = R_2 \left(\frac{U}{U_{20}} - 1 \right)$$

Belasteter Spannungsteiler



R_L Lastwiderstand
 R_1, R_2 Teilwiderstände
 R_{2L} Ersatzwiderstand aus R_2 u. R_L
 U Gesamtspannung
 U_2 Teilspannung bei Belastung
 I_L Laststrom
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf
 I_q Querstrom
 I_q Querstromverhältnis

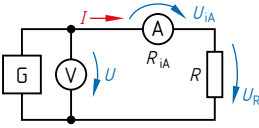
$$U_2 = U \cdot \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}}$$

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} \quad q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$$

$$R_2 = R_L \cdot \frac{U}{U_2} \cdot \frac{U_{20} - U_2}{U - U_{20}}$$

6.5 Widerstandsbestimmung

Spannungsfehlerschaltung (für große Widerstände)

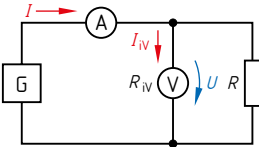


U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 R_{iA} Innenwiderstand des Strommessers
 R zu bestimmender Widerstand
 U_{iA} Spannung am Strommesser

$$R = \frac{U}{I} - R_{iA}$$

$$R = \frac{U - U_{iA}}{I}$$

Stromfehlerschaltung (für kleine Widerstände)

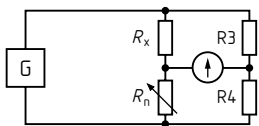


U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 I_{iV} Strom durch den Spannungsmesser
 R zu bestimmender Widerstand
 R_{iV} Innenwiderstand des Spannungsmessers

$$R = \frac{U}{I - I_{iV}}$$

$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}}$$

Widerstandsmessbrücke



R_x unbekannter Widerstand
 R_n Vergleichswiderstand
 R_3, R_4 Brückenwiderstände

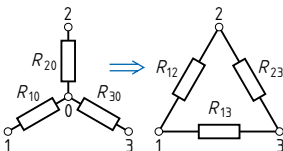
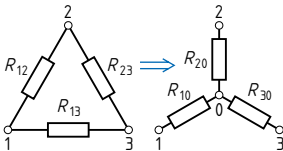
Abgleichbedingung:

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

6.6 Unabgeglichene Brückenschaltung (Dreieck-Stern-Umwandlung)

Dreieck-Stern-Umwandlung



Dreieck in Stern:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

R_{10}, R_{20}, R_{30} Widerstände der Sternschaltung

Stern in Dreieck:

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{30}$$

$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30}$$

R_{12}, R_{13}, R_{23} Widerstände der Dreieckschaltung

6.7 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung

Elektrische Arbeit

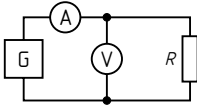


W elektrische Arbeit
U Spannung
I Stromstärke
t Zeit
Q elektrische Ladung
P elektrische Leistung

$[W] = V \cdot A \cdot s = Ws = J$
 $1 J = 1 Ws = 1 Nm$
 $1 kWh = 3,6 \cdot 10^6 Ws$

$W = U \cdot I \cdot t$
 $W = P \cdot t$
 $W = U \cdot Q$

Elektrische Leistung (Gleichstromleistung)



U Spannung
I Stromstärke
R Widerstand
P elektrische Leistung
W elektrische Arbeit

$[P] = V \cdot A = VA = W = \frac{J}{s}$
 $1 W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{J}{s}$

$P = U \cdot I$
 $P = \frac{W}{t}$
 $P = \frac{U^2}{R}$
 $P = I^2 \cdot R$

Leistungsbestimmung mit dem Zähler

P elektrische Leistung
C_Z Zählerkonstante
n Umdrehungen der Zählerscheibe je Stunde

$[P] = \frac{1}{\frac{1}{kWh}} = kW$

$P = \frac{n}{C_z}$

6.8 Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)



K_A Arbeitspreis
W elektrische Arbeit (Verbrauch elektr. Energie)
T tariflicher Preis
P elektrische Leistung
t Zeit

$[K_A] = €$
 $[W] = kWh$
 $[T] = \frac{€}{kWh}$

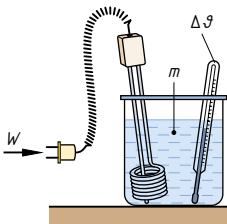
$K_A = W \cdot T$

$K_A = P \cdot t \cdot T$

Arbeitspreis (Verbrauchsentgelt) = elektrische Arbeit × tariflicher Preis je KWH

6.9 Elektrowärme

Elektrische Arbeit und Wärme



Q_N Nutzwärme
W elektr. Arbeit
m Masse
c spezifische Wärmekapazität (für Wasser: $c = 4,187 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)
 $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
 ϑ Temperatur
 ϑ_1 Anfangstemperatur
 ϑ_2 Endtemperatur
t Zeit
P elektr. Leistung
C_{th} Wärmekapazität
 ζ Wärmenutzungsgrad* (Energieverhältnis)
Q_S Stromwärme

$[Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{kJ}$

$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$[C] = \frac{Ws}{K} = \frac{J}{K}$

$[P] = \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = \text{kW}$

$Q_N = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$

$C_{th} = \frac{Q_N}{\Delta\vartheta}$

$C_{th} = c \cdot m$

$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$

$W = \frac{Q_N}{\zeta}; W = Q_S = P \cdot t$

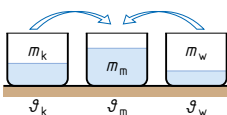
$P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{t \cdot \zeta}$

$\zeta = \frac{Q_N}{Q_S} = \frac{Q_N}{W}$

Wärmenutzungsgrad

* nach DIN 1304 ζ (zeta)
 (früher: Wärmewirkungsgrad η)
 ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

Wassermischung



m_k Kaltwassermenge
m_w Warmwassermenge
m_m Mischwassermenge
 ϑ_k Kaltwassertemperatur
 ϑ_w Warmwassertemperatur
 ϑ_m Mischwassertemperatur

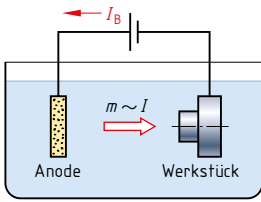
$m_m \cdot \vartheta_m = m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w$

$m_m = m_k + m_w$

$\vartheta_m = \frac{m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w}{m_k + m_w}$

6.10 Elektrochemie

Elektrolyse



- m abgeschiedene Stoffmasse
- c elektrochemisches Äquivalent*
- I Nutzstrom
- t Zeit, Dauer
- ζ_i Stromausbeute**
- I_B Gesamtstrom (Badstrom)

$$[c] = \frac{mg}{As}$$

$$[c] = \frac{g}{Ah}$$

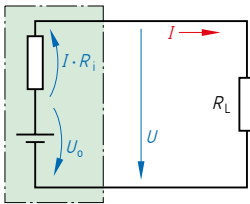
$$1 = \frac{mg}{As} = 3,6 \frac{g}{Ah}$$

$$m = c \cdot I \cdot t$$

$$I = \zeta_i \cdot I_B$$

* Elektrochemische Äquivalente c: Seite 61
 ** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

Galvanisches Element



- U Klemmenspannung, Arbeitsspannung
- U_0 Leerlaufspannung (Urspannung)
- I Laststrom
- R_i Innenwiderstand
- R_L Lastwiderstand
- I_K Kurzschlussstrom

Leerlauf: $I = 0$

$$U = U_0$$

Belastung: $R_L > 0$

$$U = U_0 - I \cdot R_i$$

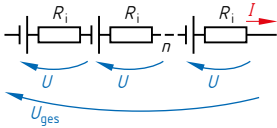
$$I = \frac{U_0}{R_L + R_i}$$

Kurzschluss: $R_L \approx 0$

$$I_k \approx \frac{U_0}{R_i}$$

6.11 Schaltung von gleichartigen Spannungserzeugern

Reihenschaltung



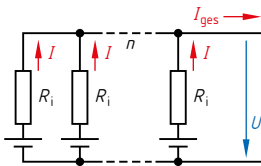
- U_{ges} gesamte Klemmenspannung
- U Klemmenspannung eines Elements
- n Zahl gleicher Elemente
- R_{i_ges} gesamter Innenwiderstand
- R_i Innenwiderstand eines Elements
- K_{ges} gesamte Kapazität
- K Kapazität eines Elements

$$U_{ges} = n \cdot U$$

$$R_{i_ges} = n \cdot R_i$$

$$K_{ges} = K$$

Parallelschaltung



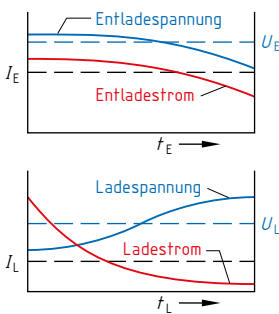
- I_{ges} gesamter Laststrom
- I Strom eines Elements
- n Zahl gleicher Elemente
- R_{i_ges} gesamter Innenwiderstand
- R_i Innenwiderstand eines Elements
- K_{ges} gesamte Kapazität
- K Kapazität eines Elements

$$I_{ges} = n \cdot I$$

$$R_{i_ges} = \frac{R_i}{n}$$

$$K_{ges} = n \cdot K$$

Akkumulatoren



* ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

- K_E Entladekapazität
- I_E mittl. Entladestrom
- t_E Entladezeit
- U_E mittl. Entladespannung
- ζ_{Ah} Ladungs-Nutzungsgrad*, Ladungsverhältnis (Ah-Wirkungsgrad)
- ζ_{Wh} Energie-Nutzungsgrad*, Energieverhältnis (Wh-Wirkungsgrad)
- K_L Ladekapazität
- I_L mittl. Ladestrom
- t_L Ladezeit
- U_L mittl. Ladespannung
- a Ladefaktor

$$[K] = [I] \cdot [t]$$

$$[K] = As$$

$$[K] = Ah$$

$$1 Ah = 3600 As$$

$$K_E = I_E \cdot t_E$$

$$K_L = I_L \cdot t_L$$

$$a = \frac{K_L}{K_E}$$

$$\zeta_{Ah} = \frac{K_E}{K_L}$$

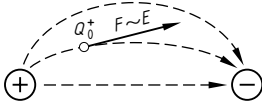
$$k_{10} \Rightarrow K_E \text{ bei } t_E = 10 \text{ h}$$

$$k_{20} \Rightarrow K_E \text{ bei } t_E = 20 \text{ h}$$

$$\zeta_{Wh} = \frac{U_E \cdot I_E \cdot t_E}{U_L \cdot I_L \cdot t_L}$$

7 Elektrisches Feld, Kondensator

7.1 Elektrische Feldstärke



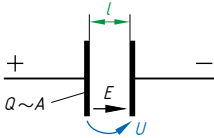
E elektrische Feldstärke
 Q_0 elektrische Ladung im Feld
 F Kraft auf die Ladung Q_0

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{N}{As} = \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{F}{Q_0}$$

7.2 Kondensator

Kapazität



Plattenkondensator

(homogenes Feld)
 Luft im Kondensator:

$$\epsilon_r \approx 1$$

$$\epsilon \approx \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Dielektrikum im Kondensator:

$$\epsilon_r > 1$$

Schaltung von Kondensatoren: Seite 23

C Kapazität
 Q gespeicherte Ladung
 U Spannung am Kondensator
 W gespeicherte Energie
 E Feldstärke zwischen den Platten
 U Spannung zwischen den Platten
 C Kapazität
 l Plattenabstand
 A wirksame Plattenfläche (Feldquerschnitt)
 ϵ Permittivität*
 ϵ_0 elektr. Feldkonstante
 ϵ_r Permittivitätszahl, relat. Permittivität
 σ Flächenladungsdichte, Ladungsbedeckung**
 Q Ladung auf den Platten
 F Kraft zwischen geladenen Kondensatorplatten

* griech. Kleinbuchstabe Epsilon
 ** griech. Kleinbuchstabe Sigma

$$[C] = \frac{As}{V} = F$$

$$[W] = VA s = J$$

$$[E] = \frac{V}{m} = \frac{N}{As}$$

$$[C] = \frac{As \cdot m^2}{Vm \cdot m} = F$$

$$[\epsilon] = [\epsilon_0] = \frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$$

$$[\sigma] = \frac{As}{m^2}$$

$$[E] = \frac{As \cdot Vm}{m^2 \cdot As} = \frac{V}{m}$$

$$[F] = \frac{As \cdot V^2}{Vm} = N$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

$$E = \frac{U}{l}$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

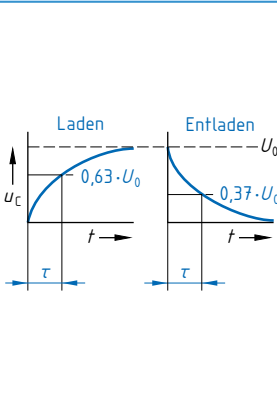
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot \frac{U^2}{l^2} \cdot A$$

Tabelle: Permittivitätszahlen (früher Dielektrizitätszahlen)

Dielektrikum	ϵ_r	Dielektrikum	ϵ_r	Dielektrikum	ϵ_r	Dielektrikum	ϵ_r
Luft	1	Polystyrol	2,5	Glimmer	6 bis 8	Wasser	80
Acrylglas	3,5	Hartpapier	4	Glas	4 bis 8	Isolieröl	1 bis 2,4
Polyethylen	2,3	Keramik	10 bis 10000	Porzellan	5 bis 6	Phenolharz	5

7.3 Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit



U_0 Ladespannung, Spannung des geladenen Kondensators
 u_C Momentanwert der Spannung am Kondensator
 i_C Momentanwerte der Lade- bzw. Entladestromstärke
 I_0 Anfangsstromstärke
 τ Zeitkonstante
 C Kapazität
 R Widerstand im Stromkreis
 t_C Ladezeit, Entladezeit
 t Zeit, Dauer
 e Eulersche Zahl ($e = 2,718\dots$)

$$[\tau] = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s$$

Eingabemodus e-Funktion:

Taste e^x



$$\tau = R \cdot C$$

$$t_C \approx 5 \cdot \tau$$

Laden:

$$u_C = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i_C = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Entladen:

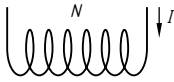
$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

8 Magnetisches Feld

8.1 Magnetische Größen

Durchflutung

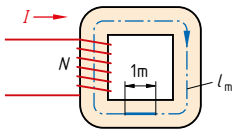


Θ Durchflutung
 I Stromstärke
 N Windungszahl

$$[\Theta] = A$$

$$\Theta = I \cdot N$$

Feldstärke



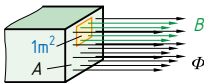
H magnetische Feldstärke
 Θ Durchflutung
 I Stromstärke
 N Windungszahl
 l_m mittlere Feldlinienlänge

$$[H] = \frac{A}{m}$$

$$H = \frac{\Theta}{l_m}$$

$$H = \frac{I \cdot N}{l_m}$$

Flussdichte



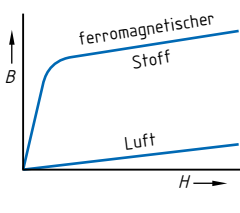
B magnetische Flussdichte
 Φ magnetischer Fluss
 A Querschnittsfläche

$$[\Phi] = Vs = Wb$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

Flussdichte und Feldstärke



B magnetische Flussdichte
 H magnetische Feldstärke
 μ Permeabilität
 μ_0 magnet. Feldkonstante
 $\left(\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}\right)$
 μ_r Permeabilitätszahl
 (relative Permeabilität)

$$[\mu] = \frac{Vs}{Am} = \frac{H}{m}$$

$$[\mu_0] = [\mu]$$

$$[H] = \frac{A}{m}$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$

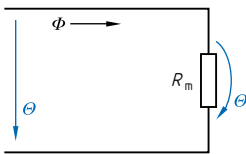
$$B = \mu \cdot H$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Feld in Luft und in nichtferromagnetischen Stoffen: $\mu_r \approx 1$

Feld in ferromagnetischem Stoff:
 $\mu_r \gg 1$

Magnetischer Widerstand



R_m magnetischer Widerstand
 Θ Durchflutung
 Φ magnetischer Fluss
 l_m mittlere Feldlinienlänge
 μ_0 magnet. Feldkonstante
 μ_r Permeabilitätszahl
 (relative Permeabilität)
 A Kernquerschnitt

$$[R_m] = \frac{A}{Vs} = \frac{1}{H}$$

$$= \frac{1}{\Omega s}$$

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi}$$

$$R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

Magnetischer Leitwert

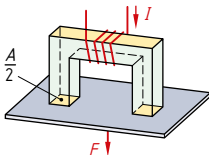
Λ magnetischer Leitwert
 R_m magnetischer Widerstand

$$[\Lambda] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$= \Omega s$$

$$\Lambda = \frac{1}{R_m}$$

8.2 Haltekraft von Elektromagneten



F Haltekraft, Tragkraft
 B magnetische Flussdichte
 A Gesamte Polfläche
 (wirksame Fläche)
 μ_0 magnet. Feldkonstante

$$[F] = \frac{T^2 \cdot m^2}{\frac{Vs}{Am}}$$

$$= \frac{VA}{m} = \frac{Nm}{m}$$

$$= N$$

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$